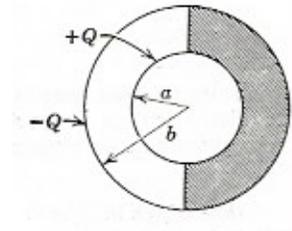


INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
ESCUELA SUPERIOR DE FÍSICA Y MATEMÁTICAS
Doctorado en Ciencias Fisicomatemáticas
EXAMEN DE ADMISIÓN
(Mayo 17/2017)

(LÍNEA 4. LGAC: Materiales sólidos, magnéticos y no magnéticos, EPR, sistemas biológicos, reología y materiales blandos)

Instrucciones: Resolver 3 (tres) de los 5 (cinco) problemas.

1.- Dos esferas concéntricas de radios interior y exterior a y b , respectivamente, están provistas de cargas $\pm Q$. El espacio entre las dos esferas se encuentra medio lleno por una capa semiesférica de dieléctrico (de constante dieléctrica ϵ), tal como se indica en la figura.



- a) Calcule el campo eléctrico entre las dos esferas.
- b) Calcule la distribución superficial de carga en la esfera interior.
- c) Calcule la densidad de carga de polarización inducida sobre la superficie del dieléctrico en $r=a$.

2.- Una espira compacta de radio a , que lleva corriente I (quizá tiene N vueltas, cada una con una corriente I/N) está en el plano x - y con su centro en el origen.

(a) Por medios elementales encuentre el campo de inducción en cualquier punto sobre el eje z .

(b) Una espira idéntica con la misma magnitud y sentido de la corriente está localizada sobre el mismo eje, paralela, y a una distancia b encima de la primera espira. Con el origen coordenado relocalizado a la mitad de los centros de las dos espiras, determinar la inducción magnética sobre el eje cerca del origen como una expansión en potencias de z , hasta z^4 :

$$B_z = \left(\frac{\mu_0 I a^2}{d^3} \right) \left[1 + \frac{3(b^2 - a^2)z^2}{2d^4} + \frac{15(b^4 - 6b^2 a^2 + 2a^4)z^4}{16d^8} + \dots \right]$$

donde $d^2 = a^2 + b^2/4$.

(c) Si $b=a$, las dos espiras son conocidas como espiras de Helmholtz. Para esta clase de geometría el campo es muy uniforme cerca del origen. ¿Cuál es el valor máximo permitido de $|z|/a$ si el campo axial es uniforme en una parte en 10^4 , una parte en 10^2 ?

3.- Por un lazo de corriente que tiene la forma de un cuadrado con lado $2a$ circula una corriente I . Hallar la inducción magnética \mathbf{B} en el eje que pasa por el centro del cuadrado perpendicular a su plano.

4.- Considere un ensamble canónico de macrosistemas constituido por moléculas diatómicas de momento magnético $\vec{\mu}$ orientado en dirección del eje de la molécula, t

$$h(\vec{P}, \theta, P_\theta, P_\phi) = \frac{\vec{P}^2}{2M} + \frac{1}{2I} \left(P_\theta^2 + \frac{P_\phi^2}{\sin^2 \theta} \right) - |\vec{\mu}| |\vec{B}| \cos \theta$$

con I el momento de inercia de la “mancuerna” rígida, \vec{P} & M el momento y la masa de su centro de masa, p_θ & P_ϕ los momentos generalizados y sus coordenadas conjugadas θ & ϕ . Calcule la función de partición, la magnetización y la energía interna del gas ideal de N de estas moléculas, representado por este ensamble.

5.- Considere una partícula libre de masa m en el interior de una caja cúbica de lado L , que está sujeta a una perturbación dada por el potencial $V(x) = \lambda xy$, con λ una constante pequeña. a) Determine los estados degenerados y la energía del primer nivel excitado para el caso sin perturbación. b) Encuentre los nuevos niveles de energía con la perturbación y explique si se rompe totalmente o parcialmente la degeneración.

Un científico debe tomarse la libertad de plantear cualquier cuestión, de dudar de cualquier afirmación, de corregir errores.

Robert Oppenheimer (1904-1967) *Físico estadounidense.*