INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

ESCUELA SUPERIOR DE FÍSICA Y MATEMÁTICAS

EXAMEN GUÍA DE MECÁNICA CUÁNTICA

(LÍNEA DE FÍSICA)

Instrucciones: Resolver 5 de los 8 problemas siguientes.

1.- Considere que una partícula está descrita por la función de estado,

$$\Psi(x) = A\, e^{i(x-x_o)/a} e^{-(x-x_o)^2/2a^2}$$

donde x_o y a son constantes reales.
Normalizar $\Psi(x)$ y calcular $\langle V \rangle$ para $V = \frac{1}{2}kx^2$.

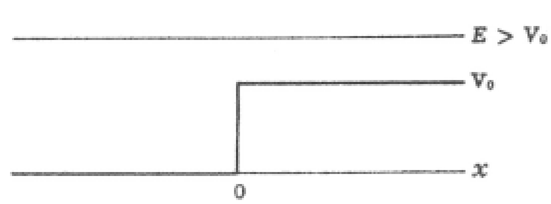
2.- Calcular los conmutadores siguientes:
i) $[\hat{x}\hat{p}^2\ ,\ \hat{p}\hat{x}]$,
ii) $[\hat{p}^2\ ,\ \alpha\hat{x}^2\hat{p} + \beta\hat{p}^2 + \gamma\hat{x}]$ con α, β, γ números complejos.

3.- Demostrar que si $\hat{A}$ y $\hat{B}$ son dos operadores hermitianos, también lo son $i[\hat{A}, \hat{B}]$, $\hat{A}\hat{B} + \hat{B}\hat{A}$ y $\hat{A}\hat{B}\hat{A}$.

4.- Resolver la ecuación de Schrödinger para una partícula de masa m atrapada en una caja bidimensional de lados $x = a, y = b$.
i) Encontrar los estados del sistema y sus niveles de energía.
ii) Calcular $\langle \hat{p}^2 \rangle$ para el estado n.

5.- Si Ψ_n denota al autoestado n-ésimo del oscilador armónico, calcular mediante los operadores de creación y aniquilación los siguientes elementos matriciales:
i) $\langle \Psi_n \mid$ x^2 $\mid \Psi_n \rangle$,
ii) $\langle \Psi_m \mid$ p^2 $\mid \Psi_n \rangle$ $(m \neq n)$.

6.- Considere el escalón de potencial de altura V_0 como en la figura:



i) Si un ensamble de electrones inciden por la izquierda con energía $E > V_0$ encontrar las soluciones a la ecuación de Schrödinger correspondiente.
ii) Encontrar los coeficientes de reflexión y transmisión para el caso del inciso anterior.

7.- Demostrar la relación de conmutación siguiente

$$[\hat{\boldsymbol{L}}^2, \hat{L}_i] = 0$$

donde $\hat{\boldsymbol{L}}^2$ denota el cuadrado del momento angular y $\hat{L}_i$ a las componentes x, y, z del momento angular (con $i = 1,2,3$).

8.- Suponer que una partícula de masa m se encuentra en una caja de una dimensión de longitud L.

i) Resolver la ecuación de Schrödinger correspondiente y encontrar los estados del sistema y sus niveles de energía.

ii) Calcular $\langle \hat{x} \rangle$ para el estado $\Psi(x,t) = \frac{1}{\sqrt{2}} [\Psi_{E2}(x,t) + \Psi_{E3}(x,t)]$, donde $\Psi_{E2}(x,t)$ denota al segundo estado normalizado y $\Psi_{E3}(x,t)$ al tercer estado excitado, también normalizado.